密封装订线

姓　名____________

密封装订线

学　号____________

密封装订线

班　级____________

西南交通大学 2022－2023(1)期中考试试卷

课程代码 MATH004612 课程名称 整体微分几何 考试时间 120 **分钟**

题号	一	二	三	四	五	总成绩
得分						

阅卷教师签字：________________

1. (20 分)证明嘉当（Cartan）引理：假设$\alpha_1,\cdots,\alpha_r \in \mathrm{Alt}^1(V)$线性无关，$\beta_1,\cdots,\beta_r \in \mathrm{Alt}^1(V)$满足$\sum_{i=1}^{r}\alpha_i \wedge \beta_i=0$. 则存在$a_{ij} \in R, i,j=1,\cdots,r$, $a_{ij}=a_{ji}$，使得$\beta_i=\sum_{j=1}^{r}a_{ij}\alpha_j$.

2. (20 分)证明庞加莱引理：假设 U 是一个星状开集，则$H^p(U)=0(p>0)$且$H^0(U)=R$。

3. (20 分)证明：对任何 $n\geq 2$，有$H^p(R^n-\{0\})=\begin{cases}R, & (p=0,n-1)\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$；

   进一步的，证明S^{n-1}同伦等价于$R^n-\{0\}$且S^{n-1}是不可缩的。

4. (20 分)证明 n 维球的德拉姆上同调群为$H^p_{dR}(S^n)\cong\begin{cases}R, & (p=0,n)\\ 0, & (1\leq p\leq n-1)\end{cases}$ $(n\geq 1)$

   (提示：利用 Mayer-Vietoris 序列)。

5. (20 分)叙述并证明布劳威尔不动点定理(Brouwer’s fixed point theorem)。