

# 西南交通大学 2022-2023 第一学期执行大纲

## 一、课程基本信息

选课编号	B1951	课程代码	MATH004612	课程名称	现代微分几何
课程学分	3.0	课程类型	必	年级	2022

## 二、预期学习成果

上同调是现代数学中无处不在的工具——几乎每个活跃的研究领域都在某种程度上

使用了某种类型的上同调。德勒姆上同调是最先学习的理想上同调类型，在现代微分几何中有着非常重要的作用。本课程将提供一个从微积分到德勒姆上同调的介绍，同时假设学生没有几何或上同调的先验知识。本课程的目标是从微分的角度介绍上同调。我们首先介绍了  $\mathbb{R}^n$  的开子集的 de Rham 上同调，并使用该微分透视图证明了代数拓扑课程中通常讨论的一些结果（Brouwer 不动点定理，Jordan-Brouwers 分离引理）。然后我们定义了抽象光滑流形的微分形式和 de Rham 上同调，并研究了非常重要的上同调类：向量丛的特征类。此外，我们引入了向量场的度和指数的概念，并证明了 Poincare-Hopf 定理。如果时间允许，我们还将讨论庞加莱对偶和分裂原理。

## 三、教学日历

课次	教学内容	对学生的要求	学时分配		是否外出
			理论课时	实践课时	
第 1 次课	引言	了解如何从微积分到上同调	3.0	0.0	否
第 2 次课	交错代数	了解交错代数	3.0	0.0	否
第 3 次课	德拉姆上同调	了解并掌握德拉姆上同调	3.0	0.0	否
第 4 次课	链复形及它们的上同调	了解链复形及它们的上同调	3.0	0.0	否
第 5 次课	Mayer-Vietoris 序列	了解并掌握 Mayer-Vietoris 序列	3.0	0.0	否
第 6 次课	同伦	了解并掌握同伦	3.0	0.0	否

次课					
第 7 次课	光滑流形	理解光滑流形	3.0	0.0	否
第 8 次课	光滑流形上的微分形式与积分	理解光滑流形上的微分形式与积分	3.0	0.0	否
第 9 次课	映射度及向量场的指标	了解映射度及向量场的指标	3.0	0.0	否
第 10 次课	Poincare-Hopf 定理	了解 Poincare-Hopf 定理	3.0	0.0	否
第 11 次课	庞加莱对偶	理解庞加莱对偶	3.0	0.0	否
第 12 次课	复射影空间 $CP^n$	了解复射影空间 $CP^n$	3.0	0.0	否
第 13 次课	纤维丛与向量丛	了解纤维丛与向量丛	3.0	0.0	否
第 14 次课	联络与曲率	了解联络与曲率	3.0	0.0	否
第 15 次课	复向量丛上的示性类及欧拉类	了解复向量丛上的示性类及欧拉类	3.0	0.0	否
第 16 次课	射影丛及格拉斯曼丛的上同调	了解射影丛及格拉斯曼丛的上同调	3.0	0.0	否
第 17 次课	Thom 同构及一般的 Gauss-Bonnet 公式	了解 Thom 同构及一般的 Gauss-Bonnet 公式	3.0	0.0	否

#### 四、教材及参考资料

教材

1. 从微积分到上同调 清华大学 清华大学出版社

参考资料

2. Differential Forms in Algebraic Topology, Bott and Tu

3. Algebraic Topology (Fulton, Hatcher, Greensberg, e.t.c.)

## 五、考核方式及评分标准

期末成绩占 50.0%，平时成绩占 50.0%，其中平时成绩各项占比情况如下：

序号	考核方式	考核详细说明	所占比例 (%)
1	课堂表现	以出勤次数和课堂表现为依据	10.0
2	课后作业	以作业上交次数和质量为依据	10.0
2	半期考试	以实际考试分数为准	20.0
3	不定期考试	以实际考试分数为准	10.0
4	期末考试	以实际考试分数为准	50.0

## 六、成功的技巧

培养学习兴趣是学好一门课程的前提。在教师的指导下了解所学课程的发展史、思想、结构及相关应用领域，特别是该学科在学术领域的地位和作用、未来发展方向等是培养学习兴趣的捷径。

按时上课并积极参与课堂讨论，认真完成老师布置的任务（包括作业、随堂提问，课后思考题等）能很好地调动学习的主动性。

良好地利用网络平台和实时通讯工具，积极参与同学间的问题讨论，有助于发展个人的发散思维，提高学习效率。合理安排学习时间，加强自主学习。

遵守校规校纪及任课教师的课程学习要求、注重细节。

## 七、学术诚信规定

每次作业需独立、及时地完成，切记不可抄袭。有不会做的题目应该向老师或助教及同学请教，或向老师提交，以便老师及时掌握同学们的真实情况。

考试抄袭、作弊是非常严重的错误行为，一经发现作弊，将承受非常严重的后果。作为当代大学生首先要做到诚信做人、诚实做事。

## 八、其它

不迟到不早退，杜绝课堂上大声喧哗、吃东西。力所能及地做一些同学或老师的辅助工作，注重树立大学生优良品德及形象。

培养良好的学习习惯，日常注意规律作息及身体锻炼，保障充沛的学习精力。