

文章编号: 1001-4632 (2023) 02-0120-08

引用格式: 李虎,姚远,陈相旺,等.基于初态激励法的铁道车辆蛇行运动不稳定极限环求解[J].中国铁道科学,2023,44(2): 120-127.

Citation: LI Hu, YAO Yuan, CHEN Xiangwang, et al. Unstable Limit Cycle Solution for Hunting Motion of Railway Vehicle Based on Initial State Excitation Method [J]. China Railway Science, 2023, 44 (2): 120-127.

基于初态激励法的铁道车辆蛇行运动 不稳定极限环求解

李 虎, 姚 远, 陈相旺, 李 广

(西南交通大学 牵引动力国家重点实验室, 四川 成都 610031)

摘 要: 针对铁道车辆蛇行运动分岔图中不稳定极限环通过整车动力学仿真求解困难的问题, 提出直接积分求解不稳定极限环的方法——初态激励法。该方法利用多体系统动力学软件 Simpack 建立高速列车动力学模型, 采用 Matlab 软件对拟周期解进行动态加权调整后作为车辆系统主要部件的初始状态, 在光滑轨道上时域积分获取刚体运动状态, 在轮对横移幅值随运行速度变化的分岔图中绘制不稳定极限环及平衡点和稳定极限环, 从而得到完整的车辆蛇行运动分岔图。以某高速列车为例, 基于初态激励法求解不同轮轨接触工况和抗蛇行减振器故障工况下蛇行运动分岔曲线。结果表明: 新轮和磨耗轮工况的车辆蛇行运动分别对应 Hopf 亚临界分岔和超临界分岔行为, 且磨耗轮工况下蛇行运动由亚临界分岔变为超临界分岔; 不改变抗蛇行减振器阻尼仅减小卸荷力, 对车辆 Hopf 分岔临界速度没有影响, 但会降低车辆 LPC (Limit Point Bifurcation of Circles) 分岔临界速度并减小不稳定极限环的幅值, 从而降低车辆横向稳定性。

关键词: 铁道车辆; 不稳定极限环; 蛇行运动; 分岔; 初态激励法; 直接积分

中图分类号: U270.1

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.1001-4632.2023.02.13

在工程应用中, 铁道车辆以构架横向加速度作为运行稳定性的判断依据^[1]。研究表明, 当轮对发生小幅蛇行运动时, 构架横向加速度并未超过安全限度值^[2]。为了更精确地评估运行稳定性, 多体动力学仿真计算时, 以蛇行运动稳定性作为依据。罗世辉^[3]基于线性模型的特征值研究了轨距对转向架蛇行稳定性的影响; 池茂儒等^[4]基于多体动力学模型, 仿真分析了轮径差对蛇行运动稳定性的影响。由于铁道车辆是高维非线性系统, 在给定的速度下会发生不同的蛇行运动, 这一现象在非线性的动力学中被称为分岔。

蛇行运动分岔曲线包括平衡点、不稳定极限环和稳定的极限环。其中, 平衡点为车辆系统稳定的解; 不稳定极限环划分了蛇行运动的吸引域; 稳定

的极限环表示系统发生等幅振荡的蛇行运动, 幅值过大时系统失稳。国内外学者对蛇行运动的分岔现象进行了广泛的研究, Wu等^[5]基于单轮对模型研究了一系悬挂参数和等效锥度的联合作用对分岔特性的影响。Wei等^[6]以单轮对为研究对象, 利用中心流形理论得到包含4个系数的可反映非线性蛇行运动特性的标准式, 并通过比例滚动试验台观测的分岔图对理论所得分岔图进行验证。高学军等^[7]建立了17个自由度的客车横向稳定性分析模型, 采用增减速法研究了复杂非线性轮轨接触关系下车辆系统的分岔行为, 指出测定临界速度时需要在多种可能的激励条件下进行多次测试综合分析。刘宏友等^[8]借助DEPAR延续算法分析了轨道整体刚度和阻尼、圆曲线半径和外轨超高及转向架悬

收稿日期: 2022-07-08; 修订日期: 2022-11-09

基金项目: 四川省自然科学基金资助项目 (2022NSFSC0034); 中国国家铁路集团有限公司科技研究开发计划课题 (N2021J028, N2020J026); 牵引动力国家重点实验室自主课题 (2022TPL-Q02)

第一作者: 李 虎 (1998—), 男, 江苏徐州人, 博士研究生。E-mail: lh16873@163.com

通讯作者: 姚 远 (1983—), 男, 安徽宿松人, 研究员, 博士。E-mail: yyuan8848@163.com

挂参数等因素对高速列车 Hopf 分岔速度的影响。以上研究主要是基于简化的理论分析模型的定性研究,与多体动力学模型差距很大,且主要是围绕分岔点和分岔类型的研究。

以多体动力学模型作为研究对象, True^[9] 通过增速法和降速法分别得到线性临界速度和非线性临界速度,以及速度作为变化参数的分岔曲线。孙丽霞等^[10] 研究了车轮镟修后运营里程对分岔特性的影响,发现达到一定里程后会发生超临界和亚临界失稳的组合特征,但以轨道不平顺谱作为输入激励,求解精度不高。Liu 等^[11] 在进行多体动力学仿真时发现同一车辆甚至同一转向架轮对踏面的不同磨耗对其临界速度有较大影响,并提出以极限环在振幅第1次下降时作为临界速度的判断依据。Skerman 等^[12] 建立了考虑复杂摩擦楔的三件式转向架货车动力学模型,发现在给定速度下不同的初始状态可激发不同类型的蛇行运动。上述研究中,针对蛇行运动分岔曲线的求解主要从工程角度出发,简单地计算稳定极限环和平衡点,并未实现不稳定极限环的求解,对蛇行运动吸引域的划分不全面。Polach 等^[13] 对双层客车系统给定不同的初始干扰力作为激励,积分计算得到了不稳定的极限环,但其求解效率低且求解难度高,需要凭借经验判断得到对应的不稳定极限环,无法实现自动化求解,因此没有得到广泛应用。Yao 等^[14] 通过降速法获取1组拟周期解并作为转向架非线性模型的初始值直接积分,得到了转向架的蛇行运动分岔曲线,但该方法不适用于多体动力学模型。不稳定极限环划分了蛇行运动的吸引域,是蛇行运动分岔曲线的重要组成部分,但目前针对不稳定极限环的研究少有相关报道,主要问题在于其求解困难。

本文运用直接积分法获取不稳定极限环,通过分析现有蛇行运动的分岔类型及主要求解方法存在的问题,在仿真软件 Simpack 中建立高速列车的整车动力学模型,以该模型为算例阐述了蛇行运动分岔数值积分求解的实现过程,从而求解得到抗蛇行减振器故障工况下蛇行运动分岔结果。

1 蛇行运动分岔类型及求解方法

铁道车辆一般采用整体式轮对,即左右轮转速一致,为了保证顺利通过曲线和直线上的对中性,踏面设有一定锥度。自由轮对如果初始处于平衡位

置,且不受任何扰动,那么轮对会沿着轨道平稳前进。但实际运行中轮对运动时总会受到扰动,此时将发生蛇行运动。

1.1 分岔类型

车辆系统的蛇行运动具有分岔特性,即在一定条件下,某个参数变化过程中,系统由稳定的平衡点发展出极限环。蛇行运动分岔分为超临界分岔和亚临界分岔,当线性临界速度等于非线性临界速度时为超临界分岔,当非线性临界速度小于线性临界速度时为亚临界分岔^[15]。

4种车辆系统中常见的蛇行运动分岔形式如图1所示。图中:轮对横移幅值 >0 的实线表示稳定的极限环,轮对横移幅值 >0 的虚线表示不稳定的极限环,轮对横移幅值 $=0$ 的实线表示平衡点。为了区分稳定平衡点和稳定极限环,以轮对横移幅值 ≤ 1 mm 的轮对横移量为平衡点,幅值 >1 mm 的轮对横移量为稳定的极限环。

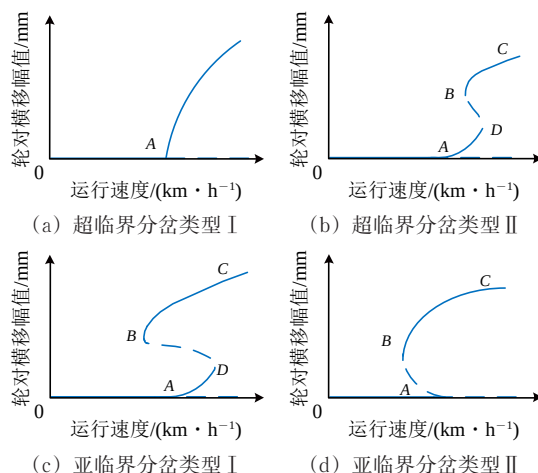


图1 车辆系统中常见的蛇行运动分岔类型

由图1可以看出:图1(a)没有不稳定的极限环;图1(d)中,当速度大于A点时系统由平衡位置产生大幅值的轮对横向位移,可能发生轮缘接触。

由图1还可以看出:图中的A点发生了Hopf分岔,当速度大于A点时,系统由平衡点发展出极限环;B点发生了LPC (Limit Point Bifurcation of Circles) 分岔,当速度大于B点时,系统的解增加了1个稳定的极限环和1个不稳定的极限环;D点发生了LP (Limit Point Bifurcation) 分岔,当速度大于D点时,系统的不稳定极限环消失,仅剩1个极限环解。上述3个分岔点对应了3种不同的蛇行运动临界速度,见表1^[16]。图1(b)中,

由于A点在B点之前,B点虽发生LPC分岔,但其对应的速度并不是非线性临界速度,该种分岔类型在以往的研究中未见有报道,本文将其归为超临界分岔类型Ⅱ。

表1 蛇行运动临界速度的定义

临界速度名称	符号	分岔类型
线性临界速度	v_A	Hopf分岔
非线性失稳速度	v_B	LPC分岔
非线性稳定速度	v_D	LP分岔

1.2 求解方法

常见的蛇行运动计算方法有打靶法、延续算法和直接积分法。

打靶法也叫试射法,考虑到系统出现极限环运动时,各刚体以同样的频率、不同的幅值和相位做等幅周期运动,则给定周期 T 后,系统在时间 T 以后的状态与初始状态一致。通过给定周期 T 和部分初值进行周期变换建立非线性代数方程组,应用牛顿拉夫森迭代法求解。由于该方法只有局部的收敛性,因此积分初值的选取很重要^[17]。

延续算法是求解非线性方程组的一种有效算法,在求解非线性方程组数值方法中具有重要的地位和作用。运用延续算法求解铁道车辆的蛇行运动分岔曲线时,需要先对车辆系统的微分方程组进行周期变换,进而将微分方程组转化为线性方程组,最后直接应用延续算法求解。延续算法可以求解不稳定极限环,但需要解的初始值具有足够高的精度,以此保证初值没有扰动,避免解太快偏离不稳定极限环^[18]。

直接积分法通过对车辆系统初值条件下的运动微分方程组进行积分,求解刚体状态的时域结果,若能收敛到稳定的周期运动,其幅值即为稳定的周期解。比较典型的直接积分法有增速法和降速法,但其只能求解稳定的极限环。

2 高速列车动力学模型

基于高速列车的实际动力学参数,在多体动力学仿真软件Simpack中建立了高速列车动力学模型,如图2所示。动力学模型由15个刚体组成,包括1个车体,2个构架,4个轮对和8个轴箱转臂。车体、构架、轮对均采用轨道车辆特有的七号铰接,包含纵向、横向、垂向、侧滚、点头和摇头6个方向的自由度;轴箱转臂只考虑点头的自

由度,系统共包含50个自由度。轮对踏面采用S1002G,轨道为CN60钢轨廓形,轨距为1435 mm。轮轨蠕滑力采用FASTSIM算法计算,因其具备足够高的工程精度,满足车辆动力学数值仿真分析要求。

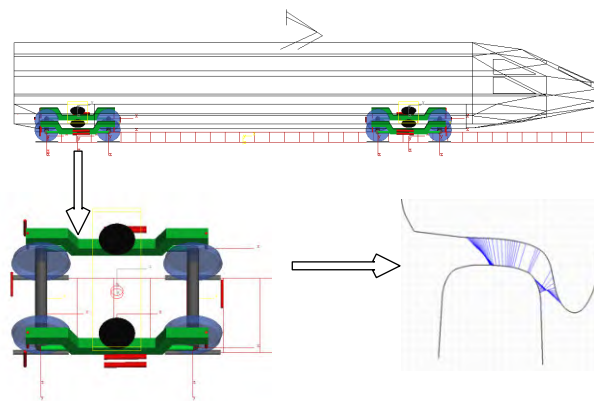


图2 高速列车动力学模型示意图

高速列车的一系悬挂位于轮对与构架之间,包括一系垂向钢簧、一系垂向减振器和转臂节点。钢簧起到垂向支撑作用,转臂节点提供纵向刚度和横向刚度,前者起到传递牵引制动力的作用,后者起到保证稳定性的作用。二系悬挂位于构架与车体之间,包括横向减振器、抗蛇行减振器、垂向减振器、空气弹簧和抗侧滚扭杆。横向减振器和抗蛇行减振器用来消耗蛇行运动的能量,保证横向平稳性和稳定性;垂向减振器和空气弹簧用来隔绝高频振动,保证垂向平稳性;抗侧滚扭杆在释放垂向自由度的同时保证了车辆的抗侧滚性能。

3 蛇行运动分岔数值计算

3.1 蛇行运动分岔求解关键——不稳定极限环

在线性模型中,求解系统线性临界速度的方法采用根轨迹法,即分析车辆系统雅克比矩阵的特征值随车速的变化,蛇行模态特征值实部穿越虚轴时对应的运行速度为线性临界速度。采用增速法求解线性临界速度,即Hopf分岔临界速度,通过给定1个较小的速度和1个较小的激励进行积分计算,增加运行速度直至发生蛇行失稳,找到对应的线性临界速度。采用降速法求解非线性稳定速度,即LPC分岔临界速度,取1个较高的速度使车辆系统发生大幅蛇行失稳,然后降低运行速度直至蛇行运动收敛,该时刻对应的速度认定为非线性稳定速度。

采用增速法和降速法得到了蛇行运动的收敛和发散示意图如图3所示。图中：红色的点表示蛇行运动发散的大幅值稳定极限环，蓝色的点表示平衡点，即蛇行运动收敛；绿色区域表示该速度下蛇行运动收敛，红色区域表示该速度下蛇行运动发散，黄色区域表示该速度下蛇行运动存在多解的情况。由图3可以看出：采用增速法和降速法得到的蛇行运动收敛和发散的吸引域无法准确划分。

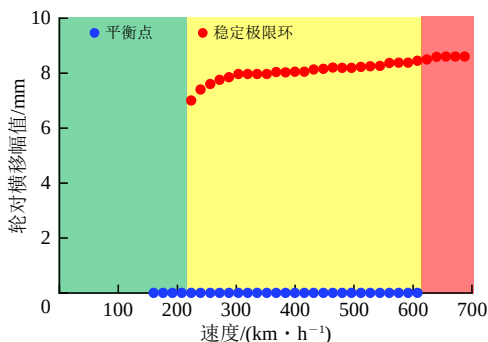


图3 蛇行运动的发散和收敛示意图

在平衡点和稳定极限环之间存在1个不稳定极限环，该极限环划分了平衡点和稳定极限环的吸引域。在图3的基础上可通过直接积分法求解不稳定极限环，得到了蛇行运动分岔图中的吸引域如图4所示。图中：绿色空心圆点表示不稳定极限环；绿色区域表示稳定区域；红色区域表示失稳区域。由图4可以看出：不稳定极限环的求解是研究不同速度下蛇行运动收敛和发散条件的关键。

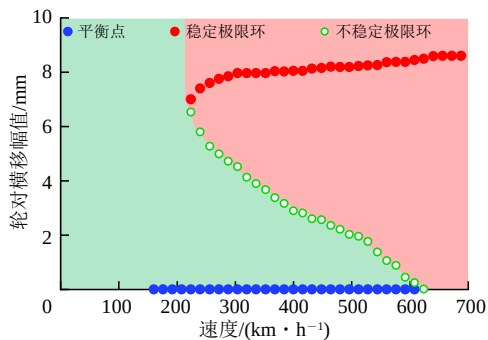


图4 蛇行运动分岔图中的吸引域

3.2 Simpack-Matlab联合计算框架

为了提高计算效率，利用Simpack软件自带的脚本2次开发功能，开发了Simpack-Matlab联合计算框架如图5所示。

由图5可以看出：计算时，首先需要对实际车辆系统提取关键动力学参数，在Simpack软件中建立动力学模型，然后利用Simpack软件的Doe模块建立模型的doespck脚本文件，指定轮对横移量为

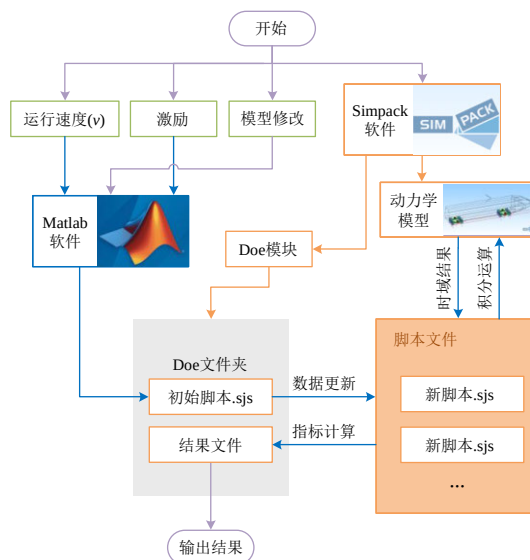


图5 Simpack-Matlab联合计算框架

输出结果；在Simpack软件环境中运行doespck脚本文件，得到相应的sjs脚本文件，sjs脚本文件可以快速修改模型的参数并进行积分运算，是Simpack批处理运算的重要脚本之一；在Matlab软件中给定速度和激励，并将其替换至原先的sjs脚本文件中，再对动力学模型进行并行积分运算得到系统轮对横移量的时域结果。

3.3 初态激励法

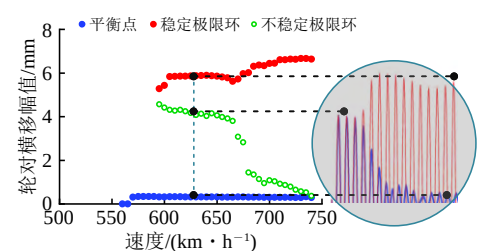
由以上分析可知，蛇行运动分岔曲线的求解问题中难度较大的是不稳定极限环的求解，本文通过调整车辆系统初始状态求解不稳定极限环，在此基础上求出稳定极限环，无须采用增速法和降速法求解。

求解不稳定极限环的关键，在于系统初始状态以及轮对初始横移幅值的确定。提取降速阶段蛇行运动失稳时对应的主要部件（如轮对、构架和车体）拟周期解，此时若不对其进行加权调整，直接作为系统的初始状态在蛇行运动多解的速度区间内运行，则系统失稳。为确保给定的初始状态可以激发蛇行运动的多解，对该初始状态进行动态加权调整，同时采用并行计算提高计算效率。以并行数目20为例，首次运算时加权值在0~1之间取值，下一次加权值取值范围参照上一次运算时蛇行失稳前后的2个初始状态对应的加权值，每次运算取20个在取值范围内等间隔选取的加权值，直至满足精度要求将不再继续运算。考虑轮轨非线性接触的几何关系，通过多项式拟合得到蛇行失稳时的轮对横移和侧滚角的运动关系对轮对的侧滚角进行修

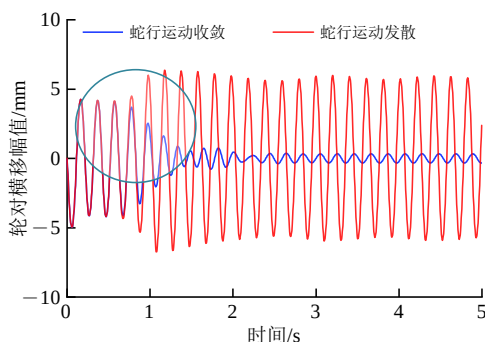
正, 最终得到多组初始状态。需要注意的是: 蛇行运动的多解对应的速度区间在非线性临界速度与线性临界速度之间, 为了保证在该速度区间内可以得到蛇行运动的多解, 这些初始状态要满足其中至少1个初始状态使车辆系统在线性临界速度以前都收敛, 以此确保多解区间内的所有速度在该初始状态下都收敛; 且至少1个初始状态在非线性稳定速度以后都发散, 以此确保多解区间内的所有速度在该初始状态下都发散, 从而得到精确的分岔曲线。

一般情况下, 不稳定极限环存在于LPC分岔临界速度与Hopf分岔临界速度之间。对系统施加的初始状态按照从小到大的顺序, 在给定速度下, 若存在不稳定的极限环, 必然存在相邻的2个初始状态之间满足前者稳定于较小的极限环或平衡位置, 后者稳定于较大的极限环。在这相邻的2个初始状态对应的时域结果中, 由于前者收敛, 故前者时域结果中的最大幅值对应的系统状态没有激发蛇行失稳, 即该幅值小于该速度下的不稳定极限环; 由于后者发散, 故后者时域结果中的最小幅值对应的系统状态可以激发蛇行失稳, 即该幅值大于该速度下的不稳定极限环。因此, 在一定精度要求下, 找到前者对应的最大幅值与后者对应的最小幅值, 两者取平均作为不稳定极限环的值。

基于上述思路采用初态扰动法得到分岔曲线示意图如图6所示。图6解释了在速度为 $620\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 的稳定极限环、不稳定极限环和平衡点的求解依



(a) 蛇行运动分岔曲线



(b) 速度 $620\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 时轮对横移量

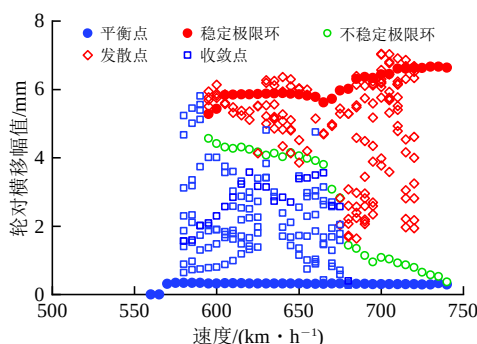
图6 基于初态扰动法的分岔曲线示意图

据, 图6(b)为时速 $620\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 相邻两个初始状态对应的轮对横移时域结果, 图6(a)中的阴影圆部分为图6(b)的局部放大图; 绿色空心圆点表示了不稳定极限环, 由收敛时的最大幅值和发散时的最小幅值取平均得到; 红色实心圆点和蓝色实心圆点分别表示稳定极限环和平衡点, 对应收敛和发散时轮对振幅趋于稳定的值。由图6可以看出: 速度为 $620\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 时, 不稳定极限环为 4.2 mm , 稳定极限环为 5.9 mm , 平衡点为 0.3 mm , 当轮对的初始振幅大于 4.2 mm 时, 其最终将会发散为 5.9 mm 的振动幅值, 反之, 其最终将会收敛为 0.3 mm 的振动幅值。

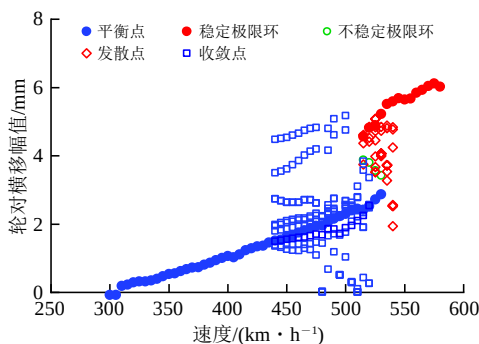
4 蛇行运动分岔计算结果

4.1 不同轮轨接触工况下求解及验证

对建立的高速列车动力学模型分别应用新轮踏面和磨耗轮踏面进行求解, 并在给定速度下, 使车辆系统通过一段轨道不平顺后在光滑线路上运行, 通过改变轨道不平顺的消失时刻得到不同速度下的轮对初始振幅和稳定极限环以对结果进行验证。得到的新轮和磨耗轮的蛇行运动分岔曲线如图7所示。图中: 红色菱形为发散点, 表示系统状态最终发展为大幅值极限环; 蓝色方框为收敛点, 表示最



(a) 新轮



(b) 磨耗轮

图7 新轮和磨耗轮的蛇行运动分岔曲线

终发展为小幅值的极限环。

由图7可以看出：以轨道不平顺作为激励求得的不同速度下收敛和发散对应的轮对初始振幅基本都落在了求解划分的吸引域内，验证了初态扰动法求解的准确性；新轮对应的分岔类型为亚临界分岔，与图1(d)所示为同一类，磨耗轮对应的分岔类型为超临界分岔，与图1(b)所示一致；新轮状态下不稳定的极限环在 $670 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 速度附近出现了跳变，速度大于 $670 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时对初始状态的敏感度增大；踏面发生较严重的磨耗后，蛇行运动分岔类型可能会发生变化，且不稳定极限环存在的速度区间较小；改变轨道不平顺激励撤去的时刻或位置会得到不同的临界速度，原因在于激励消失时对应的轮对初始振幅不同，因此在求解给定轨道不平顺谱下的临界速度时应取多组激励线路的长度计算以确保临界速度的准确。

4.2 不同抗蛇行减振器故障工况下求解

抗蛇行减振器作为铁道车辆的关键部件，对抑制蛇行运动有重要作用，其故障工况对蛇行运动不稳定极限环的研究还未见有报道，故借助初态扰动法求解抗蛇行减振器故障工况下的蛇行运动分岔行为。

选取故障工况下的3种抗蛇行减振器(YD2, YD4和YD6)，减振器阻尼均为 $330 \text{ kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ ，对应的卸荷力分别取2, 4和6 kN(非故障状态抗蛇行减振器卸荷力为10 kN，其对应的蛇行运动分岔曲线如图7(a)所示)。3种抗蛇行减振器的阻尼特性曲线如图8所示。抗蛇行减振器故障工况下求解的蛇行运动分岔曲线如图9所示。由图9可以看出：在抗蛇行减振器故障工况条件下，减振器卸荷力越小，LPC分岔临界速度越低；随着卸荷力的减少，Hopf分岔临界速度不变，但不稳定极限环的幅值增大，平衡点的吸引域变窄，系统对外界环境的适应能力变差。

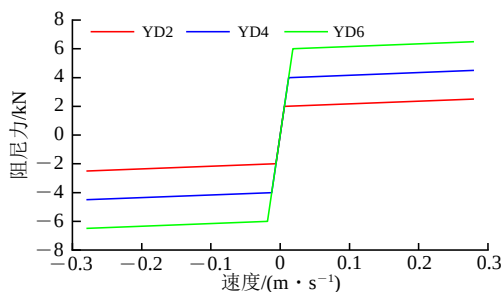


图8 3种抗蛇行减振器的阻尼特性曲线

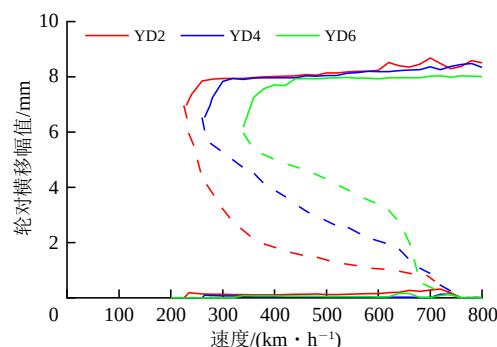


图9 3种抗蛇行减振器的蛇行运动分岔曲线

5 结 论

(1) 提出通过在仿真软件Simpack中调整车辆多体动力学模型初态、再通过直接积分获取不稳定解的初态扰动法，划分了蛇行运动发散和收敛的吸引域，可用于判断铁道车辆对于外部线路干扰的敏感程度。

(2) 以某型高速列车为算例，运用初态扰动法求解了新轮和磨耗轮的蛇行运动分岔曲线，结果表明踏面的磨耗会改变分岔类型，踏面磨耗后由亚临界分岔变为超临界分岔，且踏面磨耗后不稳定极限环存在的速度区间减小。

(3) 抗蛇行减振器卸荷力的减小对车辆Hopf分岔临界速度没有影响，但会降低LPC分岔临界速度并导致不稳定极限环的幅值减小，使得车辆系统的稳定性降低。

参 考 文 献

- [1] 国家铁路局.GB/T 5599—2019 机车车辆动力学性能评定及试验鉴定规范[S].北京:中国标准出版社,2019.
(National Railway Administration of the People's Republic of China. GB/T 5599—2019 Specification for Dynamic Performance Assessment and Testing Verification of Rolling Stock [S]. Beijing: China Standard Press, 2019. in Chinese)
- [2] POLACH O. Application of Nonlinear Stability Analysis in Railway Vehicle Industry [M]// Non-Smooth Problems in Vehicle Systems Dynamics. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010: 15-27.

- [3] 罗世辉. 轨距对机车车辆稳定性影响的研究[J]. 中国铁道科学, 2010, 31(2): 56-60.
(LUO Shihui. Study on the Influence of the Track Gauge on Vehicle Yaw Stability [J]. China Railway Science, 2010, 31(2): 56-60. in Chinese)
- [4] 池茂儒, 张卫华, 曾京, 等. 轮径差对车辆系统稳定性的影响[J]. 中国铁道科学, 2008, 29(6): 65-70.
(CHI Maoru, ZHANG Weihua, ZENG Jing, et al. Influence of Wheel Diameter Difference on the Stability of Vehicle System [J]. China Railway Science, 2008, 29(6): 65-70. in Chinese)
- [5] WU X W, CHI M R. Parameters Study of Hopf Bifurcation in Railway Vehicle System [J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2015, 10(3): 031012.
- [6] WEI W Y, YABUNO H. Subcritical Hopf and Saddle-Node Bifurcations in Hunting Motion Caused by Cubic and Quintic Nonlinearities: Experimental Identification of Nonlinearities in a Roller Rig [J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 98(1): 657-670.
- [7] 高学军, 李映辉, 关庆华. 车辆系统的多个蛇行运动[J]. 振动与冲击, 2015, 34(11): 200-205.
(GAO Xuejun, LI Yinghui, GUAN Qinghua. Multiple Hunting Motions of a Railway Vehicle System [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(11): 200-205. in Chinese)
- [8] 刘宏友, 曾京, 吕可维. 高速客车蛇行运动Hopf分叉的研究[J]. 工程力学, 2005, 22(6): 224-228.
(LIU Hongyou, ZENG Jing, LÜ Kewei. A Study of Hopf Bifurcation of Hunting Motion for High-Speed Passenger Cars [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(6): 224-228. in Chinese)
- [9] TRUE H. Multiple Attractors and Critical Parameters and How to Find Them Numerically: the Right, the Wrong and the Gambling Way [J]. Vehicle System Dynamics, 2013, 51(3): 443-459.
- [10] 孙丽霞, 李晓峰, 胡晓依, 等. 高速动车组车轮磨耗对轮轨接触关系及车辆动力学性能的影响[J]. 中国铁道科学, 2020, 41(6): 117-126.
(SUN Lixia, LI Xiaofeng, HU Xiaoyi, et al. Influence of Wheel Wear on Wheel-Rail Contact Relationship and Vehicle Dynamic Performance of High-Speed EMU [J]. China Railway Science, 2020, 41(6): 117-126. in Chinese)
- [11] LIU B B, BRUNI S. Influence of Individual Wheel Profiles on the Assessment of Running Dynamics of a Rail Vehicle by Numerical Simulation: a Case Study [J]. Vehicle System Dynamics, 2022, 60(7): 2393-2412.
- [12] SKERMAN D, COLE C, SPIRYAGIN M. Determining the Critical Speed for Hunting of Three-Piece Freight Bogies: Practice Versus Simulation Approaches [J]. Vehicle System Dynamics, 2021, 60(4): 1-20.
- [13] POLACH O, KAISER I. Comparison of Methods Analyzing Bifurcation and Hunting of Complex Rail Vehicle Models [J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2012, 7(4): 614-620.
- [14] YAO Y, LI G, SARDAHI Y, et al. Stability Enhancement of a High-Speed Train Bogie Using Active Mass Inertial Actuators [J]. Vehicle System Dynamics, 2019, 57(3): 389-407.
- [15] POLACH O, VUITTON J. Which Parameters Determine the Type of Bogie Hunting Bifurcation? [C]// Advances in Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks. Cham: Springer, 2020: 483-490.
- [16] 罗仁, 石怀龙. 高速列车系统动力学[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2019.
(LUO Ren, SHI Huailong. High-Speed Railway Vehicle System Dynamics [M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2019. in Chinese)
- [17] 曾京. 车辆系统的蛇行运动分叉及极限环的数值计算[J]. 铁道学报, 1996, 18(3): 13-19.
(ZENG Jing. Numerical Computations of the Hunting Bifurcation and Limit Cycles for Railway Vehicle System [J]. Journal of the China Railway Society, 1996, 18(3): 13-19. in Chinese)
- [18] 吕可维. 车辆系统非线性动力学问题研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2004.
(LÜ Kewei. Study on the Nonlinear Dynamic Problems for Railway Vehicle Systems [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2004. in Chinese)

Unstable Limit Cycle Solution for Hunting Motion of Railway Vehicle Based on Initial State Excitation Method

LI Hu, YAO Yuan, CHEN Xiangwang, LI Guang

(State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China)

Abstract: Aiming at the difficulty in solving the unstable limit cycle through vehicle dynamics simulation in hunting motion bifurcation diagram of railway vehicles, the initial state excitation method was proposed to solve the unstable limit cycle by direct integration. In this method, the multi-body system dynamics simulation software Simpack was used to establish the dynamic model of high-speed train; and the quasi-periodic solution was dynamically weighted and adjusted by Matlab as the initial state of the main components of the vehicle system. The motion state of rigid body was obtained by time domain integration on the smooth track; then the unstable limit cycle, the equilibrium point and the stable limit cycle were drawn in the bifurcation diagram indicating the change in the lateral displacement amplitude of the wheelset along with the running speed; and the complete hunting motion bifurcation diagram of the vehicle was obtained. A high-speed train was taken as an example to solve the hunting motion bifurcation curves under different wheel-rail contact conditions and anti-hunting damper fault conditions based on the initial state excitation method. The results show that the vehicle hunting motions of the new wheel and the wear wheel correspond to Hopf subcritical bifurcation and supercritical bifurcation, respectively; and the hunting motion under wear wheel conditions changes from subcritical bifurcation to supercritical bifurcation. Making no change to the damping of anti-hunting damper will only reduce the unloading force, which does not affect the critical speed of vehicle Hopf bifurcation, but it will reduce the critical speed of vehicle LPC (Limit Point Bifurcation of Circle) bifurcation and the amplitude of the unstable limit cycle, so as to reduce the lateral stability of the vehicle.

Key words: Railway vehicle; Unstable limit cycle; Hunting motion; Bifurcation; Initial state excitation method; Direct integration

(责任编辑 金 燕)